

Série N°:14

(suite Géométrie)

EXERCICE N°1 :Soit la suite u définie sur \mathbb{N} par : $u_0 = 3$ et $u_{n+1} = 4u_n$, $n \in \mathbb{N}$.

- 1) Montrer que u_n est une suite géométrique, déterminer sa raison et son premier terme.
- 2) Exprimer u_n en fonction de n .
- 3) Déterminer n sachant que : $u_n = 3072$.
- 4) Calculer $S = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_6$ puis $S' = u_3 + u_4 + u_5 + \dots + u_{10}$

EXERCICE N°2 :Soit u une suite géométrique tel que : $u_4 = -162$ et $u_{10} = -118098$.

- 1) Déterminer la raison et le premier terme de cette suite.
- 2) Exprimer u_n en fonction de n , avec $n \in \mathbb{N}$.
- 3) Soit $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_{n-1}$; exprimer S_n en fonction de n .
- 4) Déterminer l'entier n tel que : $S_n = -6560$.

EXERCICE N°3 :Soit u la suite définie par :
$$\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + 3, \quad n \in \mathbb{N} \end{cases}$$

- 1) a- Calculer u_1 et u_2 .
b- Montrer que la suite u_n est ni arithmétique, ni géométrique.
- 2) Soit la suite v_n définie sur \mathbb{N} par : $v_n = u_n - 6$.
a- Montrer que v_n est une suite géométrique de raison $1/2$.
b- Exprimer v_n en fonction de n .
c- En déduire l'expression de u_n en fonction de n .
- 3) Calculer les sommes suivantes :
 $S = v_0 + v_1 + v_2 + \dots + v_{10}$ puis $S' = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_{10}$.

EXERCICE N°4 :Soit u la suite définie par :
$$\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = -2u_n + 1, \quad n \in \mathbb{N} \end{cases}$$

- 1) a- Calculer u_1 et u_2 .
b- Montrer que la suite u_n est ni arithmétique, ni géométrique.
- 2) Soit la suite v_n définie sur \mathbb{N} par : $v_n = u_n - 1/3$.
a- Montrer que v_n est une suite géométrique de raison -2 .
b- Exprimer v_n en fonction de n .
c- En déduire l'expression de u_n en fonction de n .
- 3) Exprimer S_n en fonction n : $S_n = v_1 + v_2 + v_3 + \dots + v_n$

EXERCICE N°5 :

Soit u une suite définie par :
$$\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = \frac{3 + 4u_n}{2 + u_n}, n \in \mathbb{N} \end{cases}$$

- 1) a- Calculer u_1 et u_2 .
b- Montrer que la suite u_n est ni arithmétique, ni géométrique.
- 2) Soit la suite v définie par : $v_n = \frac{u_n - 3}{u_n + 1}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.
a- Prouver que v_n est une suite géométrique, préciser sa raison et son premier terme.
b- Exprimer v_n en fonction puis u_n en fonction de n .
c- Calculer : $S = v_{10} + v_{11} + v_{12} + \dots + v_{109}$.

EXERCICE N°6 :

- 1) Soit u_n une suite arithmétique tel que : $u_0 = 1$ et $u_5 = -9$.
a- Calculer la raison r de u_n .
b- Exprimer u_n en fonction de n , vérifier que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n \in \mathbb{Z}$.
- 2) Soit la suite v_n définie par : $(\sqrt{2})^{u_n}$, $n \in \mathbb{N}$.
a- Calculer v_0 et v_1 .
b- Montrer que v_n est une suite géométrique de raison $q = 1/2$.

EXERCICE N°7 :

Soient u et v deux suites réelles définies sur \mathbb{N}^* par :

$$u_1 = 1 \text{ et } v_1 = 3 ; u_{n+1} = \frac{u_n + v_n}{2} \text{ et } v_{n+1} = \frac{u_n + 3v_n}{2}$$

- 1) On pose $t_n = u_n - v_n$.
a- Prouver que t_n est une suite géométrique, préciser sa raison et son premier terme.
b- Exprimer t_n en fonction de n .
- 2) Soit la suite w_n définie sur \mathbb{N}^* par : $w_n = u_n + 2v_n$.
Montrer que w_n est une suite constante.
- 3) Déterminer ainsi u_n et v_n en fonction de n .

EXERCICE N°8 :

Soit u la suite définie par :
$$\begin{cases} u_0 = 0 \\ u_{n+1} = \sqrt{\frac{1}{2}u_n^2 + 2}, n \in \mathbb{N} \end{cases}$$

- 1) Calculer u_1 et u_2 .
- 2) On pose pour tout $n \in \mathbb{N}$; $v_n = u_n^2 - 4$
- 3) Prouver que v_n est une suite géométrique, préciser sa raison et son premier terme.
- 4) Exprimer v_n puis u_n en fonction de n .
- 5) Calculer $\sum_{k=0}^n u_k^2$ en fonction de n .
- 6) Soit w la suite réelle définie sur \mathbb{N} par :
$$\begin{cases} w_0 = 4 \\ w_{n+1} - w_n = v_n \end{cases}$$
 Déterminer w_n en fonction de n .